1. KONCEPTI I BASHKËSISË

1.1. Bashkësitë

Detyra për ushtrime – PJESA 2

1. Bashkësia $\{\{a,b\}\}$ ka *një element*. Ky element është bashkësia $\{a,b\}$. Sa elemente ka bashkësia $\{\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,b,c,d\},a,b\}$?

2. Cilat nga pohimet vijuese janë të sakta?

   $a)\ 1\in\{1,2,3\};$ $b)\ 4\notin\{a,b,c,3,2\};$ $c)\ \{1,2\}\in\{1,2,3\};$
   $d)\ \{1,2\}\in\{\{1,2\},1,3\};$ $e)\ \{a,b\}\notin\{\{a,b,c\},a,b\};$
   $f)\ \{a,b\}\in\{\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,1,3\}\}.$

3. Të shkruhen të gjitha *nënbashkësitë dyelementëshe* të bashkësisë $\{a,b,c\}$.

4. Sa nënbashkësia ka bashkësia $\{1\}$?

5. Le të jetë $A=\{1,2,3,4,5\}$. Që të dy shënimet $3\in A$ dhe $\{3\}\subset A$ janë të sakta. Por, nuk mund të themi se $3\subset A$ e as që $\{3\}\subset A,$ sepse $3\neq\{3\}$.

   Cilat nga pohimet vijuese janë të sakta?

   $a)\ 4\in\{1,2,3,4,5\};$ $b)\ \{4\}\in\{1,2,3,4\};$ $c)\ \{1\}\subset\{1,2,3\};$
   $d)\ \{1,2\}\in\{1,2,3\};$ $e)\ \{1,2,3\}\in\{1,2,3,4,5\}.$

   Në cilat raste në vend të shenjës $\in$ duhet të përdoret shenja $\subset$?

6. Në rastet vijuese, të vendoset njëra nga shenjat "$\in$", "$\subset$", "$\not\subset$":

   $a)\ 1\_\_\{1,2,3,a\};$ $b)\ \{1,a\}\_\_\{1,2,3,a,b\};$ $c)\ \{2,3\}\_\_\{1,2,4\};$
   $d)\ \{c\}\_\_\{a,b,c,d\};$ $e)\ \varnothing\_\_\{a,c,d\}$ $f)\ 3\cdot 4\_\_\{3,6,9,12\};$
   $g)\ \{1\}\_\_\{1,2,3,\{1\},\{2\}\}.$

   Në cilin rast mund të vendosen të dy shenjat "$\in$", "$\subset$"?

7. Përkujtojmë se *dy bashkësi janë të barabarta nëse përbëhen nga elementet e njëjta*.

   A janë të barabarta bashkësitë $A=\{1,a,2,b,3,c\}$ dhe $B=\{a,b,c,1,2,3\}$?

8. A janë të barabarta bashkësitë $A=\{u,n,i,v,e,r,s,i,t,e,t,i\}$ dhe $B=\{u,n,i,v,e,r,s,t\}$? Sa *elemente* ka bashkësia *A*?

9. Le të jetë $A \subseteq B$. Të vërtetohen pohimet vijuese:

a) $(B \setminus A) \cup A = B$; b) $B \setminus (B \setminus A) = A$; c) $A \cup B = B$;

d) $A \cap B = A$; e) $A \setminus B = \varnothing$.

10. Vërtetoni:

a) $(A \cup B) \setminus B = A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$;

b) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$;

c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$;

d) $(A \setminus B) \cap (C \setminus D) = (A \cap C) \setminus (B \cup D)$;

11. Diferenca simetrike e bashkësive A, B përkufizohet si vijon:

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

Të vërtetohen pohimet vijuese:

a) $A \Delta B = B \Delta A$;

b)* $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$;

c) $A \Delta \varnothing = A$;

d) Nëse $A \cap B = \varnothing$ atëherë $A \Delta B = A \cup B$;

e) Nëse $A \supseteq B$ atëherë $A \Delta B = A \setminus B$;

f) $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$;

g) $(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C)$.

12. Vërtetoni:

a) $\bigcap X_i \cup \bigcap Y_j = \bigcap_{i,j} (X_i \cup Y_j)$; b) $\bigcup X_i \cap \bigcup Y_j = \bigcup_{i,j} (X_i \cap Y_j)$.

13. Vërtetoni:

a) $\left(\bigcap_{i \in I} X_i \right) \setminus A = \bigcap_{i \in I} (X_i \setminus A)$; d) $\left(\bigcup_{i \in I} X_i \right) \setminus A = \bigcup_{i \in I} (X_i \setminus A)$.